MERNIK-FABRISOVA METODA

1. **M-F metoda je uporabna predvsem pri nalogah tipa:**
   Razvij funkcijo $f(x,y)$ v Taylorjevo vrsto okoli točke (x_0, y_0) in jo zapiši kot $f(x_0+h, y_0+k)$.
   Pri tem naj bodo izpolnjeni naslednji pogoji:
   - $f(x,y) = \omega(x^n, y^m)$; $n \geq 2$, $m \geq 2$ (metoda je še posebno uporabna, če $(n \neq m)$)
   - x^n in y^m lahko izrazimo z novo spremenljivko t
   - x_0 in y_0 ni nujno, da sta oba enaka nič (če sta, je stvar lažja)

2. **Splošni postopek uporabe metode:**
   - uvedemo novo spremenljivko $t = \lambda(x^n, y^m) \Rightarrow g(t) = f(x,y)$
   - $g(t)$ razvijemo v Taylorjevo vrsto okoli točke t_0, pri čemer je $t_0 = \lambda(x_0^n, y_0^m)$
   - dobimo: $g(t) = \sum_{d=0}^{\infty} \frac{1}{d!} \cdot g^{(d)}(t_0) \cdot (t-t_0)^d$
   - uporabimo M-F metodo: zamenjamo $t = t_0 + h^* = \lambda(x^n, y^m) = \lambda([x_0+h]^n, [y_0+k]^m) = \lambda^*$
   - dobimo: $g(t_0+h^*) = \sum_{d=0}^{\infty} \frac{1}{d!} \cdot g^{(d)}(t_0) \cdot (h^*)^d$
   - vstavimo: $h^* = \lambda^* - t_0$
   - dobimo: $g(\lambda^*) = f(x_0+h, y_0+k)$

3. **Opombe:**
   - h^* igra pri funkciji ene spremenljivke enako vlogo, kot h in k pri funkciji dveh spremenljivk
   - lahko se tudi izognemo računanju s h^* in direktno vstavimo λ^*
   - glavna prednost uporabe M-F metode je, da lahko z njo nadomestimo včasih težavno večkratno odvajanje funkcije po x-u in y-u z enostavnejšim množenjem (pri razreševanju oklepajev)

4. **Konkretni primer:**
   Naloga: Razvij funkcijo $f(x,y) = (x^2+y^2) \cdot e^{(x^2+y^2)}$ v Taylorjevo vrsto okoli točke (1,1).
   Postopek:
   - najprej uvedemo novo spremenljivko: $t = x^2 + y^2 = (x_0+h)^2 + (y_0+k)^2$
   - dobimo: $g(t) = t \cdot e^t$
   - določimo točko $t_0 : t_0 = x_0^2 + y_0^2 = 1 + 1 = 2$
   - funkcijo $g(t)$ razvijemo v Taylorjevo vrsto okoli točke 2
   - dobimo: $g(t) \approx t_0 \cdot e^{t_0} + e^{t_0} \cdot (1+t_0) \cdot (t-2) + \frac{1}{2!} \cdot e^{t_0} \cdot (2+t_0) \cdot (t-2)^2 + \ldots + \frac{1}{n!} \cdot e^{t_0} \cdot (n+t) \cdot (t-2)^n$
   - uporabimo M-F metodo: $t = t_0 + h^* = x^2 + y^2 = (x_0+h)^2 + (y_0+k)^2$
   - vstavimo v funkcijo in dobimo: $g((x_0+h)^2 + (y_0+k)^2) = f(x_0+h, y_0+k)$
   - rešitev: $f(1+h, 1+k) \approx 2 \cdot e^2 + 6 \cdot e^2 h + 6 \cdot e^2 k + 11 \cdot e^2 h^2 + 16 \cdot e^2 hk + 11 \cdot e^2 k^2$

Jan Fabris & Andrej Mernik